Uniwersytet Wrocławski, Instytut Fizyki Doświadczalnej, I Pracownia

Ćwiczenie nr 10

SIŁY BEZWŁADNOŚCI W UKŁADZIE OBRACAJĄCYM SIĘ

I. WSTĘP

Siły, które występują w prawach fizyki możemy podzielić na dwie grupy. Do pierwszej zaliczymy siły rzeczywiste, które wynikają z tzw. oddziaływań fundamentalnych, natomiast do drugiej grupy siły pozorne zwane siłami bezwładności, które mogą być obserwowane jedynie w przyspieszonych (nieinercyjnych) układach odniesienia. Siły bezwładności występują, gdy układ odniesienia porusza się ruchem prostoliniowym zmiennym (przyspieszonym lub opóźnionym) albo ruchem obrotowym, (nawet ze stałą prędkością kątową $\boldsymbol{\omega}$ gdyż zmienia się kierunek wektora prędkości liniowej **v**). Przykładem nieinercyjnego układu odniesienia może być obracająca się wokół własnej osi Ziemia, a przykładem laboratoryjnym wirująca tarcza adaptera (odtwarzacza płyt analogowych). W tym ćwiczeniu będziemy analizować ruch małej kulki względem takiej tarczy, aby wyznaczyć siły bezwładności działające na kulkę.

W układzie obracającym się mogą pojawić się dwie siły bezwładności: siła odśrodkowa i siła Coriolisa.

1. **Siła odśrodkowa $\mathbf{F_{od}}$** działa na wszystkie ciała znajdujące się poza osią obrotu, niezależnie czy są one w ruchu czy też nie. Skierowana jest wzdłuż promienia **R** i dla cząstki (punktu materialnego) może być zapisana w postaci:

$$\mathbf{F_{od}} = m[\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{R})] = m\mathbf{R}\omega^2 = m\mathbf{a}_{od} \qquad (1)$$

gdzie: $\boldsymbol{\omega}$ prędkość kątowa obrotu układu odniesienia, **R** - wektor położenia poprowadzony ze środka tarczy do cząstki o masie m, $\mathbf{a_{od}}$ - przyspieszenie odśrodkowe.

2. **Siła Coriolisa $\mathbf{F_c}$,** działa tylko wtedy, gdy ciało porusza się z prędkością $\mathbf{v_{ni}}$ względem układu wirującego (i to nie wzdłuż jego osi). Jej kierunek jest prostopadły zarówno do wektora prędkości $\mathbf{v_{ni}}$ jak i do wektora prędkości kątowej układu $\boldsymbol{\omega}$**.** Wyraża się ona wzorem:

$$\mathbf{F_c} = 2m[\mathbf{v_{ni}}\times\boldsymbol{\omega}] = m\mathbf{a_c} \qquad (2)$$

gdzie**:** $\mathbf{a_c}$ jest nazywane przyspieszeniem Coriolisa.

W przypadku ruchu kulki po płaskiej tarczy wektory $\mathbf{v_{ni}}$ i $\boldsymbol{\omega}$ są do siebie prostopadłe, wskutek czego wzór (2) możemy zastąpić wyrażeniem skalarnym:

$$F_c = 2m\, v_{ni}\, \omega \qquad (3)$$

W naszym doświadczeniu kulka porusza się względem inercyjnego układu odniesienia (np. stołu, na którym stoi przyrząd) po linii prostej, ze stałą prędkością v_0. W tym układzie odniesienia zależność przebytej drogi od czasu ma postać:

$$r = v_0\, t \qquad (4)$$

Aby opisać ruch cząstki (kulki) względem nieinercyjnego układu odniesienia (wirującej tarczy), musimy z tarczą związać układ współrzędnych X0Y. Jeśli jego początek umieścimy w punkcie 0, w którym kulka znajdowała się w chwili $t_o = 0$, to r opisane wzorem (4) będzie długością promienia wodzącego kulki, tj. wektora poprowadzonego od punktu 0 do punktu, w którym kulka znajduje się w dowolnej chwili t. Kąt $\Delta\varphi$, jaki w czasie t zakreśli promień wodzący cząstki w układzie związanym z obracającą się tarczą, będzie równy:

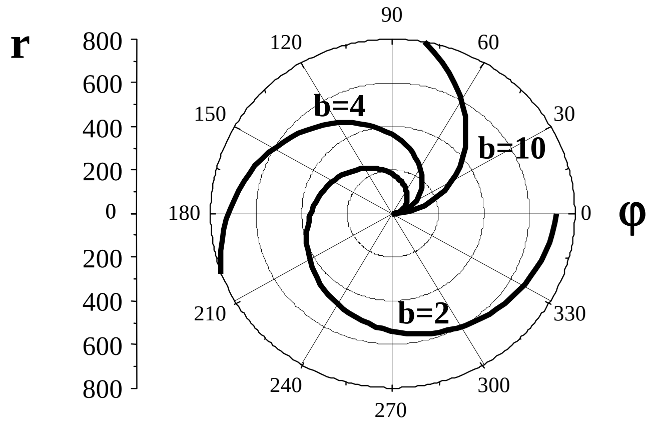
$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_o = \omega' t \qquad (5)$$

gdzie φ i φ_o to kąty, jakie tworzy promień wodzący z osią X odpowiednio w chwili t i w chwili $t_o = 0$, ω' jest prędkością kątową obrotu promienia wodzącego. Z uwagi na względność ruchu, prędkość ta jest równa $\omega' = -\omega$, gdzie ω jest prędkością kątową tarczy względem stołu. Wielkości r i φ noszą nazwę współrzędnych biegunowych cząstki (kulki). Równanie toru we współrzędnych biegunowych otrzymamy podstawiając czas obliczony z równania (5) do równania (4). Otrzymamy w ten sposób zależność między współrzędną radialną r i kątową φ:

$$r = \frac{v_o}{\omega'}(\varphi - \varphi_o) = b\varphi - c \qquad (6)$$

gdzie $b = v_o / \omega'$ jest współczynnikiem proporcjonalności, a c stałą (jeśli $\varphi_o = 0$, to $c = 0$). Krzywa $r(\varphi)$ dana powyższym równaniem zwana jest spiralą Archimedesa. Przykłady takich spiral dla trzech wartości b pokazano na Rys. 1.

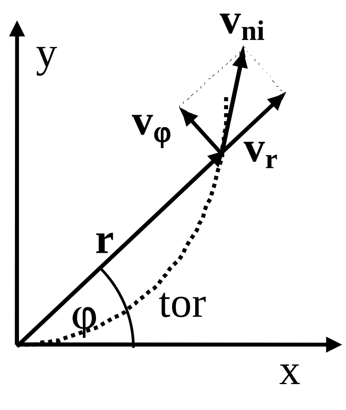
Prędkość $\mathbf{v_{ni}}$ kulki względem tarczy (prędkość jest styczna do toru w każdym punkcie) możemy rozłożyć



Rys. 1. Wykresy równania (6) dla trzech wartości współczynnika b

na dwie składowe – radialną $\mathbf{v_r}$ o kierunku zgodnym z kierunkiem wektora wodzącego **r** i tzw. transwersalną $\mathbf{v_\varphi}$, prostopadłą do wektora **r** (patrz Rys. 2.)

$$v_{ni} = v_r + v_\varphi \qquad (7)$$



Rys. 2. Rozkład prędkości $\mathbf{v_{ni}}$ na składowe

$$v_{\mathbf{r}} = \frac{dr}{dt} = v_o \qquad (8)$$

$$v_\varphi = r\frac{d\varphi}{dt} = r\omega' \qquad (9)$$

Długość wektora $|\mathbf{v_{ni}}|$ wynosi więc:

$$v_{ni} = \sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2} = \sqrt{v_o^2 + r^2\omega^2} \qquad (10)$$

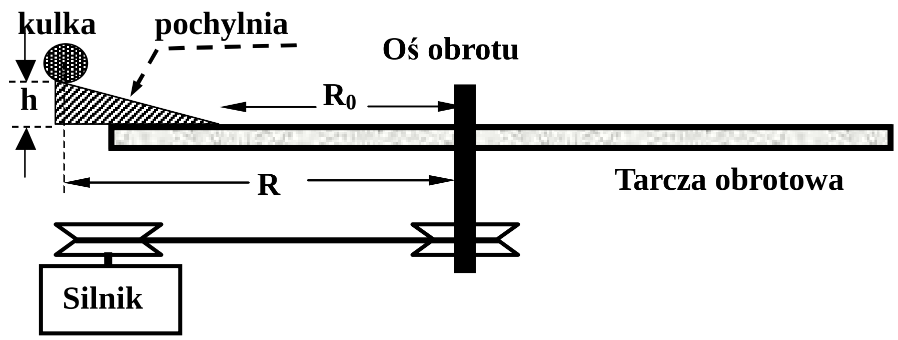
Podstawiając tę wartość do wzoru (3), otrzymujemy na wartość siły Coriolisa F_c następujące wyrażenie:

$$F_c = 2m\omega\sqrt{v_o^2 + r^2\omega^2} \qquad (11)$$

Celem ćwiczenia jest doświadczalne sprawdzenie wzoru (6), oraz wyznaczenie zależności siły Coriolisa od r, w oparciu o równanie (11).

II. OPIS EKSPERYMENTU

W tym ćwiczeniu badamy ruch małej kulki stalowej, która startuje z równi pochyłej zamocowanej na poziomej tarczy w odległości R_0 = 6cm od środka tarczy. Tarcza wiruje ze stałą prędkością kątową ω, a kulka, gdy spadnie z równi na poziomą tarczę, porusza się z prędkością początkową v_0 (jest to prędkość radialna). Należy pamiętać, że dla obserwatora nieruchomego, tzn. nie znajdującego się na obracającej tarczy, lecz patrzącego na ten ruch z zewnątrz, kulka porusza się po powierzchni tarczy ze stałą prędkością v_0, po linii prostej. Schemat urządzenia przedstawiono na Rys. 3.



Rys. 3. Szkic urządzenia do badania siły Coriolisa

Na obrotowej tarczy zamocowano pochylnię (pochyłą rynnę), z której stacza się kulka stalowa. Kulka ta może być zwalniana z trzech różnych poziomów (wysokości nad płytą), przy pomocy suwaka umieszczonego z prawej strony urządzenia. Najwyższe położenie kulki wynosi h_1 = 4,65cm i znajduje się w odległości R_1 = 18,50cm od środka. W najniższym położeniu wielkości te odpowiednio wynoszą h_2 = 2,75cm a R_2 = 10,75cm. Prędkość kulki v_0 na końcu pochylni zależy od wysokości h, z której startuje. Można ją obliczyć korzystając z zasady zachowania energii [2], na podstawie wzoru:

$$v_0 = \sqrt{\frac{10}{7} g h - \frac{5}{7}\left(R^2 - R_0^2\right)\omega^2} \tag{12}$$

gdzie g – przyspieszenie ziemskie, pozostałe oznaczenia pokazano na Rys. 3. Wzór (12) uwzględnia fakt, że na kulkę w czasie staczania po pochylni działa siła odśrodkowa, która zmniejsza wartość v_0. Sytuacja w której kulka startuje w momencie gdy tarcza już wiruje, a więc gdy kulka jest zwalniana w układzie nieinercyjnym jest identyczna z sytuacją z jaką mamy przy starcie rakiet z powierzchni Ziemi oraz przy ruchach powietrza atmosferycznego wokół niżów i wyżów. Prędkość kątową tarczy można regulować przy pomocy potencjometru, a jej wartość wyznacza się na podstawie czasu, potrzebnego do wykonania 20 pełnych obrotów.

III. POMIARY

1. Zmierzyć średnicę Φ kulki i wyznaczyć jej masę m, przyjmując, że gęstość ρ stali wynosi 7,8g /cm^3.
2. Umieścić na tarczy czystą kartkę papieru (papier studenci przynoszą ze sobą), a na niej kalkę maszynową zwróconą węglem do papieru. Całość zamocować taśmą klejącą do tarczy.
3. Puścić swobodnie kulkę z równi przy **nieruchomej tarczy**; sprawdzić ślad toru kulki na papierze. Jeśli nie jest linią prostą, należy wypoziomować odtwarzacz.

4. Umieścić kulkę w najwyższym położeniu na równi $h = h_1$. Włączyć silnik i ustawić regulator prędkości kątowej tarczy tak, by tarcza obracała się wolno. Zmierzyć wartość tej prędkości przez pomiar czasu τ potrzebnego do wykonania 20 pełnych obrotów tarczy[1].
5. Zwolnić kulkę w trakcie obrotu tarczy przesuwając suwak w prawo. Na śladzie toru pozostawionym przez kulkę na papierze zapisać numer krzywej.
6. Powtórzyć czynności opisane w punktach 4 i 5 dla kulki zwalnianej z poziomu najniższego $h = h_2$,
7. Ustawić i wyznaczyć, nową, większą wartość prędkości kątowej ω_2, w sposób opisany w punkcie 4, a następnie powtórzyć czynności opisane w punktach 5 i 6.
8. To samo wykonać dla trzeciej wartości prędkości kątowej ω_3 .

Realizując ćwiczenie należy zapisać na papierze ślady 6 torów kulki. Kartki z zapisami należy dołączyć do sprawozdania jednego ze studentów.

IV. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

Za pomocą znajdującej się w zestawie pomiarowym odpowiedniej skali z naniesionym biegunowym układem współrzędnych, odczytać z otrzymanych torów zależność współrzędnej radialnej r od kąta obrotu φ, przykładając środek układu współrzędnych do punktu startu kulki tak, by styczna do toru kulki w tym punkcie pokrywała się z linią podziałki odpowiadającą jednemu z kątów 0^o, 90^o, 180^o, lub 270^o. (Odczytane wartości kątów dla różnych r, nie muszą się zaczynać od zera, lecz mogą być liczone od wybranego początku układu współrzędnych biegunowych).

1. Sporządzić na papierze milimetrowym (lub przy użyciu komputera) wykresy sześciu zależności $r = r(\varphi)$, które powinny być liniami prostymi. Dla poszczególnych prostych wyznaczyć ich współczynniki kierunkowe, tj. stałe $b_i = \frac{v_{oi}}{\omega_i}$. Następnie, podstawiając odpowiednie wartości ω_i dla których wykonano pomiary, obliczyć wartości prędkości kulki v_{0i} .
2. <u>Dla jednej, wybranej pary wartości h i ω</u> obliczyć wartość v_0 na podstawie wzoru (12) i porównać ją z otrzymaną w punkcie IV. 1.
3. Dla tej wartości v_o obliczyć na podstawie wzoru (11) wartości sił Coriolisa F_c . Zależność siły F_c od odległości r przedstawić na wykresie.
4. Na wykresy nanieść niepewności wynikające z dokładności odczytu wartości r i φ na siatce współrzędnych biegunowych.

V. LITERATURA

[1] I.W. Sawieliew, Wykłady z fizyki tom 1. PWN Warszawa 1994

[2] T. Lewowski, L. Lewowska, P. Mazur „Measurement of the effect of Coriolis and centrifugal forces on the trajectory of a body in a rotating frame” ***European Journal of Physics, vol. 20, 109-116 (1999)*** (czasopismo to znajduje się w Bibliotece Instytutów Fizyki)

VI. ZAGADNIENIA DO KOLOKWIUM

Inercyjne i nieinercyjne układy odniesienia. Siły bezwładności w układzie obracającym się: siła odśrodkowa i siła Coriolisa.

Kartezjański i biegunowy układ współrzędnych. Spirala Archimedesa.

---

[1] $\boldsymbol{\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T = 2\pi\frac{20}{\tau}}$ **, gdzie T jest okresem jednego obrotu**.