

Ćwiczenie nr 33

WYZNACZANIE STOSUNKU c_p/c_v

I WSTĘP

Układ termodynamiczny

Rozważania dotyczące przekazywania energii poprzez wykonywanie pracy mechanicznej i poprzez przepływ ciepła można uogólnić. Zazwyczaj mówi się, że jakiś konkretny układ przekazuje energię innemu układowi lub odbiera od niego energię. Może to być na przykład urządzenie mechaniczne, żywy organizm czy też pewna ilość substancji gazowej lub ciekłej, służąca do ogrzewania lub chłodzenia. **Układ termodynamiczny** może oddziaływać (i wymieniać energię) ze swoim otoczeniem co najmniej na dwa sposoby, z których jednym jest przekazywanie ciepła. Może też nastąpić wykonanie pracy przez układ, lub praca może być wykonana nad układem przez siły zewnętrzne czyli otoczenie. Każdy układ może znajdować się w różnych stanach, opisanych przez **parametry stanu** – **temperaturę, objętość, ciśnienie**. Proces związany ze zmianą parametrów opisujących stan układu nazywamy **przemianą** termodynamiczną. Jeśli wszystkie parametry stanu mają określone wartości to układ jest w stanie równowagowym. Taki stan można przedstawić graficznie jako punkt na wykresie zależności jakiegoś określonego parametru stanu od innego parametru - na przykład ciśnienia od objętości, ciśnienia od temperatury itp. przy ustalonych wartościach pozostałych parametrów. Wtedy przemianę termodynamiczną można przedstawić jako krzywą na powyższym wykresie.

Energia wewnętrzna układu

Energia wewnętrzną układu ciał nazywamy sumę energii wewnętrznych każdego z tych ciał oraz energii ich wzajemnego oddziaływania. Energia wewnętrzna każdego ciała jest jego całkowita energia z wyłączeniem energii kinetycznej ciała jako całości oraz energii potencjalnej w zewnętrznych polach. Dla gazu będzie to zatem energia kinetyczna bezładnego ruchu cząsteczek, energia potencjalna ich wzajemnego oddziaływania oraz energia wewnątrzcząsteczkowa. Natomiast energia kinetyczna naczynia z gazem i potencjalna energia całego gazu w polu sił ciężkości nie wchodzi w skład energii wewnętrznej tego gazu.

Energia wewnętrzna jest funkcją stanu to znaczy, że ma tę samą wartość dla danego stanu układu, niezależnie o tego w jaki sposób ten stan został osiągnięty. Zmiana energii wewnętrznej układu podczas przemiany termodynamicznej jest zawsze równa różnicy wartości energii wewnętrznej w stanach początkowym i końcowym i nie zależy od rodzaju przemiany i stanów pośrednich.

Pierwsza zasada termodynamiki

Energia wewnętrzna może się zmieniać w wyniku dwóch procesów – wykonywania pracy nad układem przez siły zewnętrzne i dostarczanie ciepła do układu z otoczenia. Pierwszy z tych procesów jest związany z przemieszczeniem ciał zewnętrznych (np. przesunięcie tłoka zamykającego gaz w cylindrze), natomiast takiego przemieszczenia nie ma w drugim procesie, kiedy zmiana energii wewnętrznej wynika z tego, że cząsteczki cieplejszego ciała wykonują pracę nad cząsteczkami chłodniejszego układu. Wtedy mówimy, że transport energii zachodzi wskutek różnicy temperatur. Zbiór zjawisk mikroskopowych (dotyczących poszczególnych cząsteczek a nie całego ciała), których skutkiem jest przekazywanie energii od jednego ciała do drugiego nazywamy **wymianą ciepła**.

Ilość energii, jaką jedno ciało przekazało drugiemu, nazwiemy **pracą W** lub **ciepłem Q** , w zależności od tego, jakiego rodzaju zjawiska odpowiadają za transport tej energii. Jeśli więc układ znajduje się w stanie początkowym, określonym przez energię wewnętrzną

U_1 , to po przejściu do stanu o energii wewnętrznej U_2 , jego energia wewnętrzna zmieni się o $\Delta U = U_2 - U_1$. Zatem przyrost energii wewnętrznej układu jest sumą pracy W wykonanej nad układem i ilości ciepła Q dostarczonego do układu:

$$\Delta U = Q + W$$

Równanie to, wynikające prawa zachowania energii, stanowi treść **pierwszej zasady termodynamiki**. Jeśli pracę W_u wykonuje układ nad siłami zewnętrznymi, to w tym równaniu jest ona ujemna i powyższą zasadę można wyrazić słownie – **ciepło dostarczone do układu jest zużywane na przyrost jego energii wewnętrznej i na wykonanie przez układ pracy przeciw siłom zewnętrznym**:

$$Q = \Delta U + W_u$$

gdzie $W_u = -W$. Ponieważ W i Q są wielkościami algebraicznymi, to $Q < 0$ oznacza, że układ nie pobiera ciepła, lecz je **oddaje** otoczeniu.

Wykonywanie pracy przez układ czy nad układem wiąże się ze zmianą jego objętości. Dla gazów ta zmiana jest dużo większa niż dla fazy skondensowanej (ciecz, ciało stałe). Ponieważ zmiana objętości wymaga wywarcia ciśnienia p , to wykonaną przy tym pracę można wyrazić jako:

$$W = p \Delta V$$

jeśli ciśnienie w czasie przemiany pozostaje stałe a objętość gazu zmienia się od V_1 do V_2 .

W ogólnym przypadku należy dokonać całkowania w granicach od V_1 do V_2 :

$$W = \int p dV$$

Z powyższego można wywnioskować, że gaz podczas rozprężania wykonuje pracę dodatnią zaś siły zewnętrzne ujemną. Praca wykonana nad układem przez siły zewnętrzne jest dodatnia podczas sprężania gazu (objętość gazu maleje). Uwzględnienie tego daje prosty sposób analizy przemian termodynamicznych gazu doskonałego.

Równanie stanu gazu doskonałego

Stan danej masy gazu jest określony przez wartości ciśnienia p , objętości V i temperatury T .

Wzajemną zależność tych parametrów daje **równanie stanu**. Jeśli oddziaływania pomiędzy cząsteczkami gazu są pomijalnie małe i ponadto zaniedbamy objętość cząsteczek, traktując je jako punkty materialne, to taki gaz nazwiemy **doskonałym**. Gazy rzeczywiste dostatecznie rozrzedzone (np. powietrze w warunkach normalnych) mają własności zbliżone do gazu doskonałego i dla nich z dużą dokładnością jest spełnione równanie:

$$pV/T = \text{const.}$$

Wartość powyższej stałej można obliczyć, korzystając z prawa Avogadra dla jednego mola gazu, którego objętość w warunkach normalnych (temperatura 0°C i ciśnienie 1013 hPa) wynosi $22,4 \text{ dm}^3$. Wtedy równanie stanu przyjmie dla jednego mola postać:

$$pV = RT$$

gdzie stała R zwana **uniwersalną stałą gazową** ma wartość: $R = 8,31 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$.

Dla gazu o masie m , który ma masę molową μ , równanie stanu należy przedstawić jako:

$$pV = m/\mu RT$$

lub wprowadzając stałą Boltzmanna $k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, gdzie N_A jest **liczbą Avogadra**, można podać jeszcze inną postać równania stanu dla N cząsteczek gazu doskonałego:

$$pV = NkT$$

Ciepło właściwe gazu doskonałego

Według pierwszej zasady termodynamiki ciepło pobrane przez gaz zostaje zużyte na wzrost jego energii wewnętrznej i ewentualne wykonanie pracy przeciw siłom zewnętrznym. Jeśli gaz nie może przy tym zwiększać swej objętości, to nie wykonuje pracy i rośnie jego energia wewnętrzna. Z danych doświadczalnych wynika, że energia wewnętrzna stałej masy gazu doskonałego zależy jedynie od temperatury:

$$U = \frac{3}{2} NkT$$

Wzrost energii wewnętrznej oznacza zatem wzrost temperatury gazu. Wynika stąd, że pobranie przez gaz określonej ilości ciepła może oznaczać różny przyrost jego temperatury w zależności od tego, czy podczas ogrzewania gaz wykonywał pracę czy nie, to znaczy, czy jego objętość ulegała zmianie. Najbardziej interesujące są przypadki, kiedy ogrzewanie zachodzi w stałej objętości lub pod stałym ciśnieniem.

Ilość ciepła, jaką pobrało jakieś ciało przy wzroście jego temperatury o jeden kelwin nazywamy pojemnością cieplną ciała. Jeśli ta ilość dotyczy jednego mola substancji, to **nazywamy ją** molowym ciepłem właściwym **C** i **wyrażamy w J / (mol K)**. **Pojemność cieplną jednostki masy danej substancji nazywamy jej** ciepłem właściwym **c** i **wyrażamy w J / (kg K)**.

Z powyższych rozważań wynika, że dla gazu, kiedy nie wykonuje on pracy (stała objętość), pobiera on mniejszą ilość ciepła niż podczas rozszerzania się pod stałym ciśnieniem, jeżeli przyrost temperatury jest taki sam w obu przemianach. Inaczej mówiąc – ciepło właściwe pod stałym ciśnieniem jest większe niż ciepło właściwe przy stałej objętości. Korzystając z pierwszej zasady termodynamiki dla jednego mola gazu doskonałego można pokazać, że pomiędzy molowym ciepłem C_p przy stałym ciśnieniu i molowym ciepłem C_v przy stałej objętości istnieje zależność:

$$C_p = C_v + R$$

Wynika stąd, że praca wykonywana przez jeden mol gazu doskonałego w wyniku wzrostu temperatury o jeden kelwin przy stałym ciśnieniu jest równa uniwersalnej stałej gazowej R . Stosunek

$$\kappa = C_p / C_v$$

jest wielkością charakterystyczną dla danego gazu. Dla gazu jednoatomowego jest on bliski $5/3$. Dla gazu, którego cząsteczki są zbudowane z dwóch atomów wynosi $7/5$, dla trójatomowego $4/3$ itd.

Przemiany gazowe

W trakcie wykonywania przemiany gaz spełnia równanie stanu, przy dodatkowym warunku – ustaleniu wartości jednego z parametrów stanu. Jeśli przemiana zachodzi przy stałym ciśnieniu to znaczy $p = \text{const}$ to nazywamy ją **izobaryczną**. Dla tej przemiany, z równania stanu otrzymamy:

$$V/T = \text{const}$$

czyli objętość gazu rośnie liniowo ze wzrostem jego temperatury. Wtedy energia wewnętrzna gazu rośnie kosztem dostarczonego ciepła i pracy sił zewnętrznych, zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki.

Jeśli przemiana odbywa się przy nie zmieniającej się objętości gazu, to znaczy $V = \text{const}$, **nazywamy ją izochoryczną** i wtedy

$$p/T = \text{const}$$

a więc ciśnienie rośnie liniowo ze wzrostem temperatury. Ponieważ gaz nie wykonuje pracy, jego energia wewnętrzna zmienia się tylko wskutek pobrania lub oddania ciepła.

Przemiana, podczas której nie zmienia się temperatura gazu, to znaczy $T = \text{const}$ zwana jest **izotermiczną**. Wtedy

$$pV = \text{const}$$

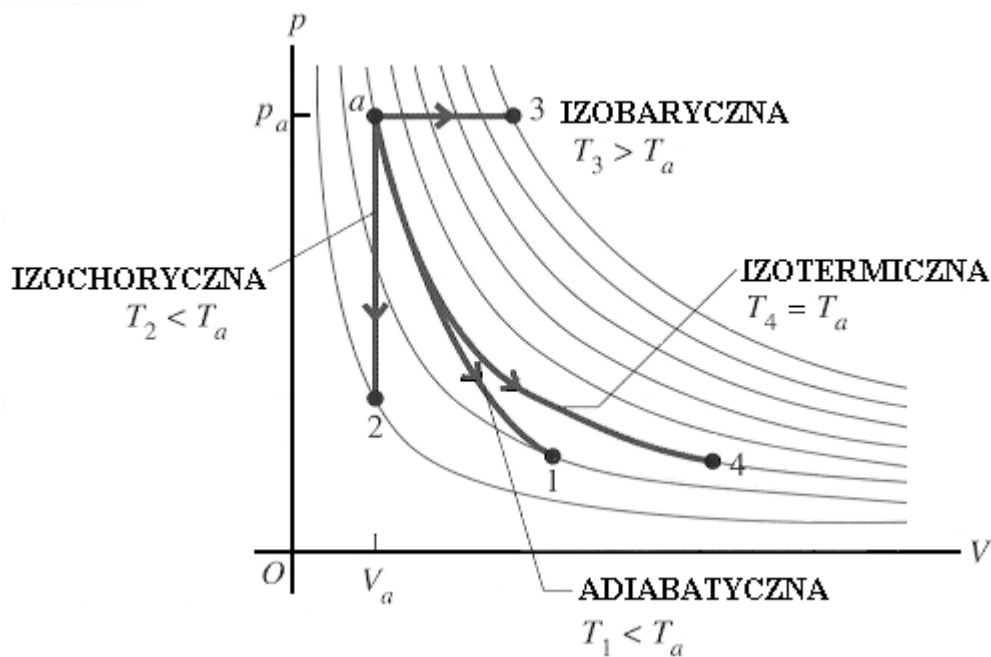
czyli ciśnienie maleje ze wzrostem objętości (izotermiczne rozprężanie) lub rośnie gdy objętość maleje (izotermiczne sprężanie). Nie ma zmiany energii wewnętrznej i praca gazu musi wiązać się z wymianą ciepła z otoczeniem.

Jeśli gaz nie może wymieniać ciepła z otoczeniem – **przemiana adiabatyczna** - to zmiana energii wewnętrznej odbywa się na koszt pracy – sprężanie gazu powoduje wzrost jego temperatury (praca sił zewnętrznych zwiększa jego energię), natomiast podczas rozprężania gaz się ochładza (wykonując pracę obniża swą energię wewnętrzną). Dla takiej przemiany zależność między ciśnieniem i objętością gazu podaje **równanie adiabaty**:

$$pV^\kappa = \text{const}$$

gdzie $\kappa = C_p / C_v$

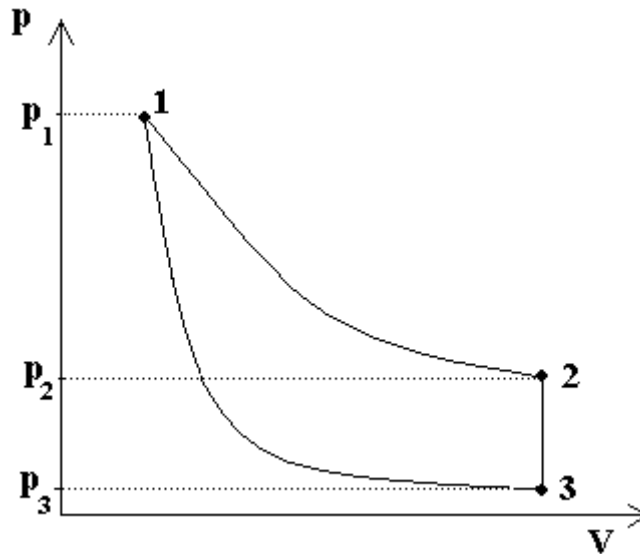
Na rysunku 1 pokazano wykresy zależności ciśnienia od objętości gazu doskonałego dla czterech przemian gazowych opisanych powyżej, z których każda zaczyna się od tego samego stanu.



Rys.1. Cztery przemiany dla stałej masy gazu doskonałego, zaczynające się od tego samego stanu a (V_a, p_a). W przemianie **adiabatycznej** $Q = 0$; w **izochorycznej** $W = 0$; w **izotermicznej** $\Delta U = 0$. Temperatura wzrasta tylko podczas **izobarycznego rozprężania**.

Metoda Clémenta – Desormesa wyznaczania stosunku C_p / C_v

W metodzie tej wykorzystuje się cykl przemian gazowych, przedstawionych graficznie na poniższym rysunku 2:



Rys.2. Cykl przemian: izotermiczna 1 – 2; adiabatyczna 1 – 3; izochoryczna 3 – 2.

W zamkniętym, dużym naczyniu znajduje się gaz pod ciśnieniem p_1 nieco wyższym od atmosferycznego (o kilkanaście hektopaskali) w temperaturze otoczenia. Na powyższym wykresie stanowi temu odpowiada punkt **1**. Otwierając na krótko naczynie, powodujemy adiabatyczne rozprężenia gazu i obniżenie ciśnienia do atmosferycznego p_3 przy równoczesnym obniżeniu temperatury. Po zamknięciu naczynia gaz powoli ogrzewa się do temperatury otoczenia a jego ciśnienie osiąga wartość p_2 drogą przemiany izochorycznej **3 – 2**. Jeśli temperatura otoczenia nie uległa w międzyczasie zmianie to punkty **1** i **2** leżą na tej samej izotermie. Mierząc wartości ciśnień p_1 i p_2 przy ustalonej temperaturze gazu (równej temperaturze otoczenia) można wyznaczyć stosunek κ ciepła właściwego gazu przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości, korzystając z zależności opisujących przemiany: adiabatyczną i izotermiczną.

Ponieważ gaz w stanie **1** miał ciśnienie wyższe od atmosferycznego o wartość p_1 , to po przemianie adiabatycznej:

$$pV^\kappa = \text{const} \quad (1)$$

jego ciśnienie zmieniło się o:

$$\Delta p_{\text{ad}} = p_1 \quad (2)$$

Podobnie, po przemianie izotermicznej:

$$pV = \text{const} \quad (3)$$

zmiana ciśnienia wyniosła:

$$\Delta p = p_1 - p_2 \quad (4)$$

Logarytmując i różniczkując równania (1) i (3) otrzymamy:

$$dp/p + \kappa dV/V = 0 \quad \text{oraz} \quad dp/p + dV/V = 0$$

Jeśli zmiany ciśnienia i objętości gazu podczas przemian były niewielkie, to powyższe zależności można zastosować dla przyrostów skończonych Δp i ΔV :

$$\Delta p_{\text{ad}}/\Delta V = -\kappa p/V \quad \text{oraz} \quad \Delta p/\Delta V = -p/V$$

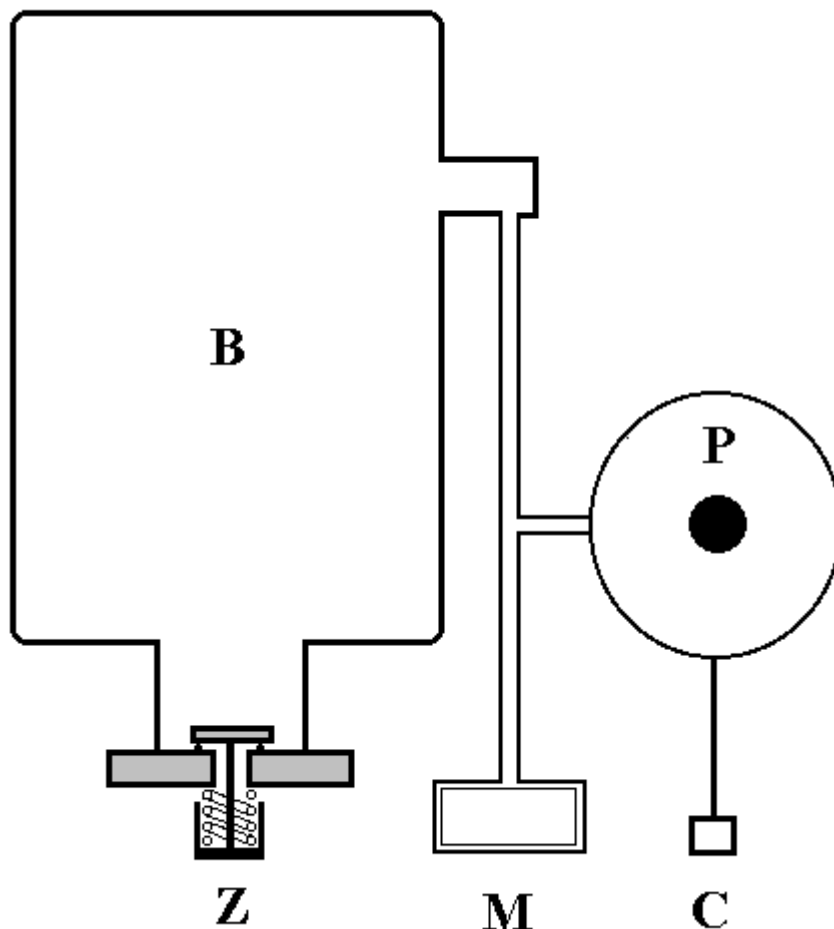
Stąd, po podzieleniu stronami obu równań i uwzględnieniu wzoru (2), otrzymamy:

$$\kappa = p_1/\Delta p$$

Średnią wartość κ można wyznaczyć jako nachylenie prostej $p_1 = \kappa \Delta p$, jeśli dokonamy kilkunastu pomiarów zmian ciśnienia $\Delta p = p_1 - p_2$ dla różnych wartości p_1 .

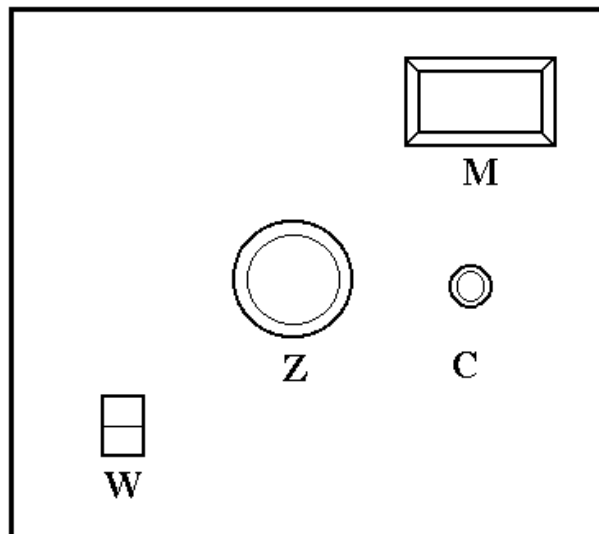
II. OPIS EKSPERYMENTU

Układ pomiarowy przedstawiono schematycznie na rys.3. Szklana butla **B** zawiera powietrze, którego ciśnienie można zwiększać powyżej ciśnienia atmosferycznego za pomocą pompki **P**, naciskając mocno zawór **C** (czerwony przycisk), lub wyrównywać z ciśnieniem atmosferycznym, otwierając zawór **Z** (przycisk zielony). Do pomiaru różnicy ciśnień pomiędzy ciśnieniem w butli i atmosferycznym służy elektroniczny manometr cyfrowy **M**, wyskalowany w hektopaskalach.



Rys.3. Schemat układu pomiarowego

III. POMIARY



Rys.4. Widok płyty czołowej.

Włączyć zasilanie układu (włącznik **W**, rys.4). Wytworzyć w butli nadwyżkę ciśnienia równą około 20 hPa (manometr **M** wyskalowany jest w hektopaskalach), utrzymując wciśnięty czerwony przycisk **C** przez odpowiednio długi czas. Po zwolnieniu przycisku odczekać kilka minut, aż ciśnienie w butli przestanie się zmieniać. Zanotować jego ustaloną wartość p_1 . Następnie wcisnąć na krótko (ułamek sekundy) zawór **Z**, aby ciśnienie w butli zrównało się z atmosferycznym i znów poczekać kilka minut na ustalenie się wskazań manometru, notując po tym czasie wartość ciśnienia p_2 . Powyższe pomiary powtórzyć kilkanaście razy dla coraz mniejszych wartości ciśnienia początkowego p_1 (do kilku hPa). Wyłączyć zasilanie.

IV. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

Sporządzić wykres zależności p_1 od $\Delta p = p_1 - p_2$ i przybliżyć go prostą regresji. Współczynnik kierunkowy tej prostej jest równy wyznaczanemu stosunkowi C_p/C_v . (...). Niepewność standardowa $u(C_p/C_v)$ równa się niepewności dopasowania współczynnika kierunkowego prostej regresji (patrz: Instrukcja ONP, rozdz. 4.1.1).

Przedyskutować przyczyny rozrzutu wyników pomiaru, biorąc pod uwagę założenia metody i warunki eksperymentu.

V. LITERATURA

- [1]. Sz. Szczeniowski: „Fizyka Doświadczalna”, tom 2
- [2]. I. W. Sawieliew, „Kurs Fizyki”, tom 1
- [3]. T. Dryński - „Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki”
- [4]. H. Szydłowski - „Pracownia Fizyczna ”

VI. ZAGADNIENIA DO KOŁOKWIUM

Pierwsza zasada termodynamiki, równanie stanu gazu doskonałego, przemiany gazowe, ciepło właściwe gazu, metoda Clémenta i Desormesa.