

Ćwiczenie nr 43

PRAWO OHMA DLA PRĄDU STAŁEGO

I. WSTĘP

O przepływie prądu elektrycznego mówimy, gdy ładunki elektryczne poruszają się w sposób ukierunkowany, np. wzdłuż metalowego drutu. W metalach możliwość ruchu mają elektrony przewodnictwa, które przed utworzeniem kryształu metalu były w oddzielnych atomach elektronami walencyjnymi, tzn. obsadzały najbardziej zewnętrzne powłoki elektronowe. Gdy atomy tworzą sieć krystaliczną metalu, to dyskretne, charakterystyczne dla poszczególnych atomów wartości energii (obsadzone i nieobsadzone poziomy energetyczne) ulegają rozszczepieniu i tworzą zbiory blisko leżących poziomów, zwane pasmami. Pasma obsadzone elektronami, położone w skali energii najwyżej, nazywa się **pasmem przewodnictwa metalu**. Elektrony z położonych bliżej jądra atomu powłok elektronowych, nie biorą udziału w przewodzeniu prądu, gdyż są zbyt silnie związane z jądrami poszczególnych atomów. W paśmie przewodnictwa tylko część poziomów o energii mniejszej lub równej tzw. energii Fermiego E_F , jest zapełniona elektronami. Nieobsadzone poziomy dają elektronom o energii bliskiej E_F możliwość ruchu, gdyż, aby się poruszać elektron musi zwiększyć swoją energię całkowitą o wartość odpowiadającą energii kinetycznej. Wewnątrz metalu elektrony przewodnictwa możemy traktować jako elektrony swobodne, podobnie do cząsteczek gazu idealnego umieszczonego w zamkniętym naczyniu. Nie mogą one jednak opuścić metalu i wyjść na zewnątrz, bez dostarczenia im dość sporej (w porównaniu z energią kinetyczną ich ruchu) energii. Elektrony przewodnictwa biorą udział w chaotycznym ruchu cieplnym, podobnym do ruchu atomów w gazie idealnym. Po przyłożeniu zewnętrznego pola elektrycznego E są unoszone w kierunku przeciwnym do pola elektrycznego (elektrony niosą ładunek ujemny), ze średnią prędkością v_{dr} . Prędkość ta jest bardzo mała i w typowych warunkach przepływu prądu wynosi ok. $7.4 \cdot 10^{-5}$ m/s, czyli nie osiąga nawet 0.1 mm/s. Gdyby sygnał elektryczny rozchodził się tak jak podłużna fala sprężysta (np. fala akustyczna), to żarówka oddalona o 1 metr od kontaktu, zaświeciła by po upływie prawie 3 godzin od momentu włączenia prądu. Na szczęście tak nie jest, gdyż po zamknięciu obwodu elektrycznego wzdłuż drutu rozchodzi się fala elektromagnetyczna z prędkością równą prędkości światła c . Ta fala wymusza praktycznie jednoczesny start wszystkich elektronów przewodnictwa w kierunku przeciwnym do pola elektrycznego we wnętrzu metalu. Prostim dowodem na powstanie fali elektromagnetycznej w momencie włączenia prądu elektrycznego są towarzyszące temu trzaski w odbiornikach radiowych. Również rozchodzenie się sygnałów elektrycznych w liniach telegraficznych i telefonicznych odbywa się na analogicznej zasadzie. Jako prostą analogię tego mechanizmu można podać start kolumny piechurów na komendę "marsz!". Mimo iż prędkość piechura niewiele przekracza wartość 1 m/s, to cała kolumna rusza praktycznie jednocześnie, gdyż prędkość dźwięku w powietrzu jest wielokrotnie większa (ok. 300 m/s) i wszyscy piechurzy słyszą komendę praktycznie w tym samym momencie.

W kryształach półprzewodników elektrony walencyjne znajdują się w całkowicie zapełnionym paśmie, zwanym podstawowym, albo walencyjnym. W tym paśmie elektrony nie mogą się poruszać, gdyż wszystkie stany dozwolone są już zajęte i dlatego przyrost energii kinetycznej pojedynczego elektronu nie jest możliwy. W skali energii, powyżej pasma walencyjnego znajduje się jeszcze tzw. pasmo przewodnictwa, złożone z wielu blisko leżących poziomów energetycznych, które jednak w temperaturze zera bezwzględnej jest całkowicie puste, gdyż wszystkie elektrony walencyjne obsadziły tylko pasmo podstawowe. Pomiedzy obu pasmami istnieje przedział energii "zakazanych" dla elektronów. Nazywa się go przerwą wzbronioną, lub przerwą energetyczną, i oznacza ΔE . Szerokość przerwy energetycznej jest charakterystycznym parametrem półprzewodnika. Dla różnych półprzewodników wynosi ona od ułamków elektronowolta do ok. 3 eV. Substancje o większej wartości ΔE uważa się

Półprzewodnik	ΔE [eV]
Krzem	1.1
German	0.7
Galena	0.34 - 0.37
Piryt	0.7 - 1.2
GaAs	1.4
ZnSe	2.6
diamant	6
LiF	12.0

Tabela 1. Szerokości przerwy wzbronionej ΔE dla niektórych półprzewodników i izolatorów.

za izolatory. Wartość 3 eV została wybrana arbitralnie, jedynie w oparciu o wartość przewodności elektrycznej substancji w temperaturze pokojowej.

W tabeli 1 podano wybrane wartości przerwy wzbronionej ΔE niektórych czystych półprzewodników i izolatorów. Dla substancji zawierających domieszki innych pierwiastków, jak na przykład rudy metali (tlenki i siarczki) mogą powstać nowe dozwolone poziomy i pasma energetyczne, leżące w przedziale energii wzbronionych. W temperaturach bliskich zera bezwzględnej wszystkie półprzewodniki są dobrymi izolatorami i nie przewodzą prądu. W temperaturach wyższych, np. w temperaturze pokojowej, półprzewodniki przewodzą tym lepiej, im mniejsza jest wartość ich przerwy energetycznej. Przewodnictwo tych ciał tłumaczy się tym, że kosztem uzyskanej energii termicznej, elektrony z pasma walencyjnego mogą przejść do pasma przewodnictwa, gdzie mają możliwość ruchu, podobnie jak elektrony w metalu. Takie przewodnictwo nazywamy przewodnictwem elektronowym. Ponadto, wskutek takich przejść elektronów, w paśmie walencyjnym pojawiają się wolne, niezapełnione stany energetyczne (po elektronach, które przeszły do pasma przewodnictwa). Te stany nazywane są dziurami. Dziury mogą być obsadzone przez sąsiednie elektrony z pasma walencyjnego, te zaś przemieszczając się, pozostawiają po sobie nowe dziury. Można więc powiedzieć, że dziury poruszają się w paśmie walencyjnym. Tak naprawdę nośnikami prądu w paśmie walencyjnym są elektrony, jednakże ze względu na inne właściwości tego przewodnictwa, trzeba wprowadzić pojęcie przewodnictwa dziurowego. W półprzewodnikach, przewodzenie prądu polega więc na ruchu elektronów i dziur. Warto tu zaznaczyć, że większość rud metali (siarczki i tlenki metali) pod względem ich właściwości elektrycznych jest zaliczana do półprzewodników o złożonej strukturze pasm energetycznych, wynikającej z obecności dużej ilości zanieczyszczeń.

W przewodnikach drugiego rodzaju, czyli w tzw. elektrolitach przewodzenie prądu elektrycznego polega na ruchu jonów dodatnich i ujemnych (w przeciwnych kierunkach) pomiędzy elektrodami. Ruch taki jest możliwy w roztworach kwasów, zasad i soli, ale także w stopionych solach (np. elektroliza stopionych soli jest wykorzystywana przy produkcji aluminium). Wynika stąd, że także magma we wnętrzu Ziemi, podobnie jak i stopione szkło, może nieźle przewodzić prąd jonowy, czyli być dobrym przewodnikiem prądu elektrycznego.

Przewodnictwo jonowe występuje także w zjonizowanych gazach, zwłaszcza przy obniżonym, w porównaniu z atmosferycznym, ciśnieniu. Przewodzenie prądu w lampach wyładowczych (światłówki, lampy rtęciowe i sodowe do oświetlania ulic) polega na ruchu dodatnich jonów i elektronów pomiędzy elektrodami.

Niezależnie od mechanizmu przewodnictwa elektrycznego, dla jego ilościowego opisu wprowadza się wielkość skalarną zwaną natężeniem prądu J , charakteryzującą szybkość przepływu ładunku elektrycznego Q przez określony przekrój przewodnika:

$$J \equiv \frac{dQ}{dt} \quad (1)$$

Jednostką natężenia prądu jest 1 amper (1A). Definicja tej jednostki w układzie SI jest oparta na pomiarze siły oddziaływania dwu równoległych, prostoliniowych przewodników, przez które płynie prąd o jednakowym natężeniu. Oddziaływanie przewodników odbywa się za pośrednictwem pól magnetycznych, wytwarzanych przez przepływający prąd.

Czasem, zamiast natężenia prądu J , trzeba użyć wielkość wektorową - wektor gęstości prądu \mathbf{j} zdefiniowany jako:

$$\mathbf{j} \equiv \frac{dJ}{dS} \mathbf{i}_0 \quad (2)$$

gdzie S jest powierzchnią przekroju poprzecznego przewodnika, a wektor \mathbf{i}_0 pokazuje kierunek przepływu prądu. Jednostką gęstości prądu \mathbf{j} jest amper na metr kwadratowy.

Jeśli do końców jednorodnego przewodnika o długości l przyłożymy różnicę potencjałów równą $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$, to w przewodniku powstanie pole elektryczne o natężeniu E :

$$E = \frac{\phi_2 - \phi_1}{l} \mathbf{i}_0 \quad (3)$$

Gęstość prądu \mathbf{j} jest proporcjonalna do natężenia pola elektrycznego E w przewodniku:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (4)$$

Substancja ρ [$\Omega \cdot \text{m}$] Szafir (Al_2O_3) $> 10^{16}$ Teflon $> 10^{16}$ Kwarc topiony $10^{14} - 10^{16}$ Grafit C 10^{-1} Krzem (cz.) $2.5 \cdot 10^{-3}$ Platyna $1.1 \cdot 10^{-7}$ Miedź $1.7 \cdot 10^{-8}$ Srebro $1.6 \cdot 10^{-8}$ Nadprzewodnik ($0\text{K} < T < 100\text{K}$)

gdzie współczynnik proporcjonalności σ jest nazywany przewodnością elektryczną materiału. Odwrotność tej wielkości $\rho = 1/\sigma$ nazywamy opornością elektryczną danej substancji (dawniej nazywano ją oporem właściwym). Jednostką oporności jest $1 \text{ om} \cdot \text{metr}$ ($1 \Omega \cdot \text{m}$), a przewodności $1 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ (1 siemens, czytają zimens). Wartości oporności różnych materiałów zestawiono w Tabeli 2. Wzór (4) nosi nazwę różniczkowego prawa Ohma, gdyż może być przepisany przy użyciu pochodnych w postaci:

$$\frac{dJ}{dS} = \sigma \frac{d\phi}{dl} \quad (5)$$

Prawo Ohma jest bardziej znane w postaci:

$$\Delta\phi = U = J R \quad (6)$$

Tabela 2. Oporności elektryczne ρ niektórych izolatorów, półprzewodników i metali w temperaturze pokojowej

Różnica potencjałów $\Delta\phi$ na końcach przewodnika zwana także napięciem elektrycznym U , jest proporcjonalna do natężenia prądu

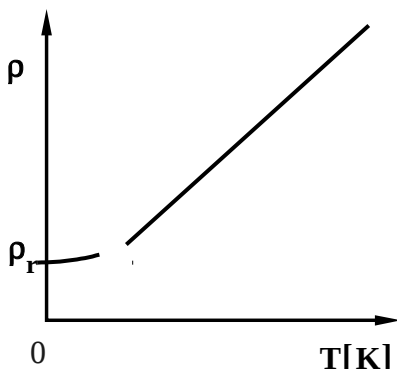
J . Współczynnik proporcjonalności R nazywa się oporem elektrycznym danego przewodnika, albo jego rezystancją. Jednostką oporu elektrycznego jest 1 om [1Ω]. Ze wzoru (6) wynika, że opór 1Ω posiada taki odcinek przewodnika, w którym po przyłożeniu różnicy potencjałów 1 wolta, płynie prąd o natężeniu 1 ampera. Związek pomiędzy oporem elektrycznym przewodnika, a przewodnością σ , lub opornością elektryczną materiału ρ , z którego jest on wykonany podaje wzór (7):

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{\sigma S} \quad (7)$$

gdzie l - jest długością przewodnika, a S - powierzchnią jego przekroju.

Prawo Ohma (w obu formach matematycznych) przewiduje liniową zależność natężenia prądu (lub gęstości prądu) od przyłożonego napięcia U , (lub odpowiednio od natężenia pola elektrycznego E). Tak naprawdę taką zależność można otrzymać eksperymentalnie tylko dla metali i to w dodatku tylko w ściśle określonych warunkach, np. w stałej temperaturze, lub przy stosowaniu niewielkich napięć. Okazuje się bowiem, że opór R , a więc także oporność ρ , zależą silnie od takich parametrów jak temperatura T , czy też wartość napięcia pomiarowego U . Zaczniemy od metali. W dość szerokim przedziale temperatur (z wyjątkiem temperatur bardzo niskich, rzędu 10 kelwinów) ich oporność elektryczna ρ zwiększa się przy wzroście temperatury według wzoru:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T) \quad (8)$$



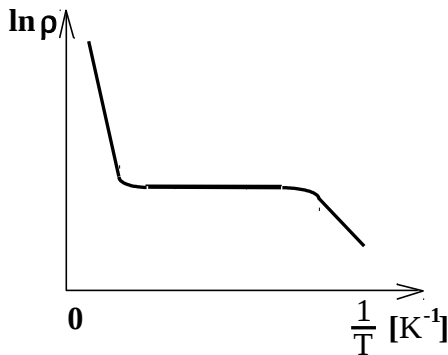
Rys. 1. Zależność oporu właściwego metalu od temperatury

gdzie ρ_0 - oporność elektryczna danej substancji w temperaturze T_0 , α - współczynnik temperaturowy oporu, $\Delta T = T - T_0$ - różnica temperatur (w skali Celsjusza). Wykres tej zależności pokazano na Rys. 1. Okazuje się, że głównym mechanizmem odpowiedzialnym za utrudnianie ruchu elektronów w metalu są ich oddziaływania z dodatnimi jonami metalu, tworzącymi sieć krystaliczną. Jony te drgają wokół położenia równowagi. Przy wzroście temperatury rośnie amplituda tych drgań, zwanych fononami. Zwiększa to tzw. przekrój czynny na rozpraszanie elektronów, czyli powierzchnię przeszkód, z którymi "zderza się" elektron. Oprócz rozpraszania elektronów na fononach, możliwe są jeszcze inne mechanizmy, jak np. rozpraszanie elektronów na innych elektronach przewodnictwa, na domieszkach obcych atomów w metalu, a także na defektach struktury krystalicznej, (zaburzeń regularnego ułożenia jonów w kryształ metalu). Udział tych mechanizmów staje się zauważalny dopiero w przedziale niskich temperatur, gdzie zależność $\rho = \rho(T)$ przestaje być liniową,

a w temperaturze bliskiej zera bezwzględnej pojawia się niezależna od temperatury tzw. oporność resztkowa ρ_r , której wartość zależy tylko od czystości chemicznej i doskonałości struktury krystalicznej danej próbki (pokazano to na Rys. 1).

Dla półprzewodników zależność oporności elektrycznej ρ od temperatury T jest bardzo złożona. Tylko dla czystych półprzewodników zależność tę można opisać równaniem pojedynczej eksponenty:

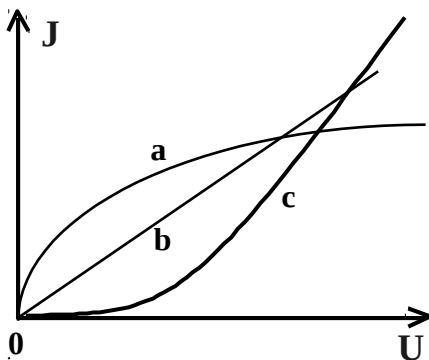
$$\rho = \rho_0 e^{\frac{\Delta E}{k_B T}} = \rho_0 \exp\left(\frac{\Delta E}{k_B T}\right) \quad (9)$$



Rys. 2. Zależność oporności półprzewodników domieszkowanych (w skali logarytmicznej) od odwrotności temperatury

gdzie ρ_0 - oporność w temperaturze początkowej, np. w pokojowej, ΔE - szerokość przerwy wzbronionej półprzewodnika, k_B - stała Boltzmanna. Dla większości realnych półprzewodników zawierających domieszki obcych atomów krzywa zależności oporu próbki od temperatury składa się z dwu, lub więcej eksponent, przedzielonych odcinkami poziomymi (Rys. 2). Najogólniej można powiedzieć, że przy wzroście temperatury, opór elektryczny metali zwiększa się, a dla półprzewodników maleje.

Uwzględnienie wpływu temperatury na wartość oporu elektrycznego powoduje, że wykres zależności natężenia prądu elektrycznego od napięcia dla metali (jak przewiduje prawo Ohma), nie jest linią prostą. Tak na przykład temperatura włókna żarówki zmienia się od ok 20°C przy wyłączonej żarówce, do około 2800°C przy pełnym napięciu. Opór elektryczny włókna wolframowego zwiększa się wskutek tego prawie dwudziestokrotnie. To powoduje, że charakterystyka prądowo - napięciowa żarówki ma kształt pokazany na Rys. 3 (krzywa a). Na tym samym rysunku pokazano także charakterystykę opornika wzorcowego, wykonanego ze specjalnego



Rys. 3. Zależność natężenia prądu J od napięcia U , dla żarówki (a), opornika wzorcowego (b) i diody półprzewodnikowej (c).

stopu metali (manganinu), którego opór elektryczny nie zależy od temperatury (krzywa b), a także charakterystykę diody półprzewodnikowej (krzywa c). W tym ostatnim przypadku, nieliniowość charakterystyki jest spowodowana zmianami wysokości bariery potencjału na kontakcie nazywanym złączem p - n w półprzewodniku.

Istnienie elementów o nieliniowej charakterystyce prądowo - napięciowej w obwodach elektrycznych, wskazuje na konieczność zdefiniowania tzw. oporu różniczkowego R_r ,

$$R_r = \frac{dU}{dJ} \quad (10)$$

Jego wartość wyznacza się dla danego napięcia z nachylenia stycznej do krzywej $J = J(U)$ przy wybranym napięciu. Jest rzeczą ciekawą, że niektóre nieliniowe elementy elektroniczne jak np. dioda tunelowa, wzmacniacz z dodatnim sprzężeniem zwrotnym, a także lampy z wyładowaniem łukowym, wykazują odcinek

charakterystyki prądowo - napięciowej o ujemnym oporze różniczkowym, tzn., że przy wzroście natężenia prądu spadek napięcia na tym elemencie maleje.