

POMIAR SKŁADOWEJ POZIOMEJ 55 INDUKCJI MAGNETYCZNEJ ZIEMI

I. 1. Pole magnetyczne

Źródłem pola magnetycznego są ładunki w ruchu (elektrony w przewodniku, przez który płynie prąd, jony w elektrolicie itd.). Pole magnetyczne opisują trzy wektory: wektor indukcji magnetycznej \mathbf{B} , wektor natężenia pola \mathbf{H} , oraz wektor namagnesowania \mathbf{M} . Wiążą je wzory: $\mathbf{B} = \mu\mu_0 \mathbf{H}$, oraz: $\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$. Wielkości μ_0 i μ oznaczają odpowiednio tzw. przenikalność magnetyczną próżni ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [Tm /A] czyli tesla×metr/ampere), oraz względną przenikalność magnetyczną ośrodka. Wektor indukcji magnetycznej \mathbf{B} definiuje się na podstawie prawa Lorenza określającego siłę \mathbf{F} działającą na ładunek elektryczny Q , poruszający się w polu magnetycznym z prędkością \mathbf{v} :

$$\mathbf{F} = Q (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1)$$

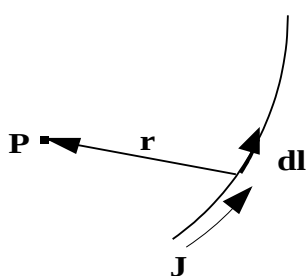
lub na podstawie prawa Ampera określającego siłę działającą na umieszczony w polu magnetycznym element przewodnika o długości $\Delta \mathbf{l}$, w którym płynie prąd o natężeniu J :

$$\mathbf{F} = J (\Delta \mathbf{l} \times \mathbf{B}) \quad (2)$$

Jeżeli wykonamy eksperyment w taki sposób, aby $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ lub $\Delta \mathbf{l} \perp \mathbf{B}$, to dla jednorodnego pola magnetycznego możemy zdefiniować wartość B :

$$B = \frac{F}{Q v}, \text{ lub } B = \frac{F}{J \Delta l} \quad (3)$$

Jednostką indukcji magnetycznej B jest tesla (1 T), która jest równa $[T] = [\frac{N}{Am}]$. (niuton na amper metr)



Rys. 1. Obliczanie B w pobliżu przewodnika z prądem

Gdy potrafimy już mierzyć wartość indukcji magnetycznej B , zbadajmy, jakie pole magnetyczne powstaje wokół różnych przewodników, przez które płynie prąd. Wektor indukcji \mathbf{B} w punkcie P znajdującym się w otoczeniu cienkiego przewodnika (druetu), oblicza się, sumując wkłady $d\mathbf{B}$ do pola od wszystkich nieskończenie małych odcinków $d\mathbf{l}$ (Rys. 1), na które można podzielić rozważany przewodnik z prądem. Zgodnie z pomiarami Biota i Savarta oraz obliczeniami Laplace'a, wzory na $d\mathbf{B}$ mają postać:

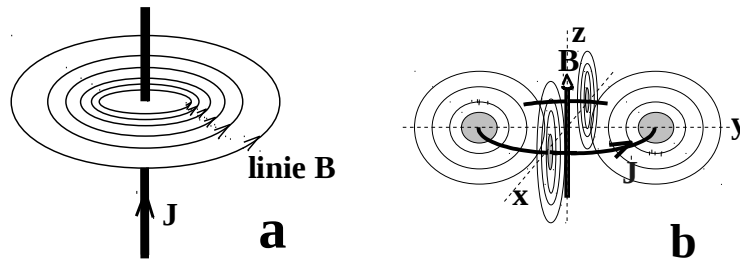
$$d\mathbf{B} = \frac{\mu\mu_0 J}{4\pi r^2} [d\mathbf{l} \times \mathbf{r}_0], \text{ lub skalarnie } dB = \frac{\mu\mu_0 J dl}{4\pi r^2} \sin(\angle dl, r) \quad (4)$$

gdzie: μ - względna przenikalność magnetyczna ośrodka, wielkość bezwymiarowa, charakteryzująca własności magnetyczne ośrodka, μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni (wprowadzona w wyniku zastosowania układu jednostek SI); J - natężenie prądu elektrycznego w przewodniku; r - długość (wartość) wektora \mathbf{r} , łączącego odcinek $d\mathbf{l}$ z punktem P ; \mathbf{r}_0 - wersor pokazujący kierunek wektora \mathbf{r} . Dla nieskończenie długiego prostoliniowego przewodnika, wartość wektora \mathbf{B} w odległości r od tego przewodnika jest równa:

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B} = \int_0^\infty \frac{\mu\mu_0 J \sin(\angle dl, r)}{4\pi r^2} dl = \frac{\mu\mu_0 J}{2\pi r} \quad (5)$$

Widzimy, że jeżeli $r = \text{const}$, to i $B = \text{const}$. Ponieważ \mathbf{B} jest prostopadłe do \mathbf{r}_0 i do $d\mathbf{l}$, to izo-powierzchnie $B = \text{const}$ mają kształt powierzchni walcowych, otaczających koncentrycznie przewodnik. W płaszczyźnie prostopadłej do osi walca, linie \mathbf{B} mają kształt okręgów (patrz Rys. 2a). Okazuje się, że linie pola magnetycznego są zawsze liniami zamkniętymi, a pole o takiej własności nazywamy polem bezźródłowym. Takie pole ma swoją analogię w hydrodynamice, gdzie opis pola prędkości \mathbf{v} powietrza w "trąbie powietrznej", jest bardzo zbliżony pod względem formalnym do opisu pola magnetycznego w otoczeniu przewodnika z prądem.

Obliczmy indukcję pola magnetycznego w środku przewodnika kołowego o promieniu R (Rys. 2b).



Rys. 2. Linie indukcji magnetycznej wytwarzanej przez przewodnik prostoliniowy (a) i przez pojedynczy zwój z prądem (b).

Tym razem, ponieważ $d\mathbf{l}$ i \mathbf{R} są w każdym punkcie tego przewodnika wzajemnie prostopadłe, możemy opuścić sinus $(d\mathbf{l}, \mathbf{R})$ we wzorze (4) i mamy:

$$B_K = \int_1 \frac{\mu\mu_0 J}{4\pi R^2} dl = \frac{\mu\mu_0 J}{2R} \quad (6)$$

Pole \mathbf{B}_K wytwarzane przez przewodnik kołowy (pojedynczy zwój), przez który płynie prąd ma kierunek prostopadły do płaszczyzny zwoju.

Indukcja pola magnetycznego wytwarzanego we wnętrzu solenoidu, czyli przewodnika nawiniętego spiralnie na cylindryczny rdzeń wyraża się wzorem:

$$B_s = \mu\mu_0 \frac{NJ}{L} \quad (7)$$

gdzie N jest liczbą zwojów solenoidu, a L jego długością. Względna przenikalność magnetyczna ośrodka μ dla powietrza jest praktycznie równa 1. Pole magnetyczne wewnątrz solenoidu możemy uważać za pole jednorodne, jeśli długość solenoidu jest znacznie większa od średnicy zwojów. Jego kierunek jest zgodny z osią solenoidu, a zwrot zależy od kierunku przepływu prądu, zgodnie z regułą śruby prawoskrętnej.

Źródłem pola magnetycznego mogą być także magnesy trwałe takie jak np. igła kompasu, lub magnes sztabkowy. Wyróżniającą cechą magnesów jest fakt, że biegunów magnetycznych nazywanych N i S nie da się rozdzielić, czyli, że nawet najmniejszy magnes jest dipolem magnetycznym, który w zewnętrznym jednorodnym polu magnetycznym o indukcji \mathbf{B} będzie zachowywał się podobnie, jak znany z elektrostatyki dipol elektryczny. W jednorodnym polu elektrycznym będzie na niego działał moment siły \mathbf{M} . Definiujemy wielkość zwaną dipolowym momentem magnetycznym \mathbf{p}_m magnesu, poprzez równanie:

$$\mathbf{M} = \mathbf{p}_m \times \mathbf{B} \quad (8)$$

Moment siły \mathbf{M} będzie dążył do ustawienia dipola magnetycznego tak, by kierunki i zwroty \mathbf{B} i \mathbf{p}_m pokrywały się.

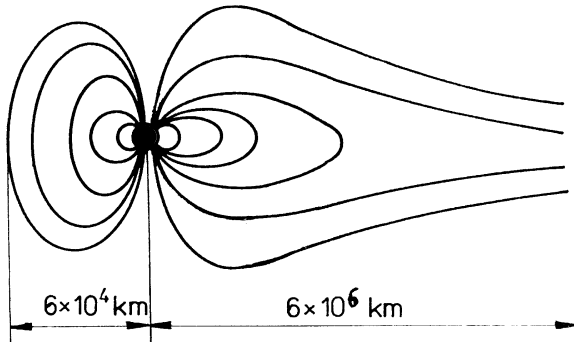
I. 2. Pole magnetyczne Ziemi

W otoczeniu Ziemi istnieje słabe pole magnetyczne. Średnia wartość składowej poziomej wektora \mathbf{B} przy powierzchni wynosi ok. 2×10^{-5} tesli. Kompas wskazuje kierunek linii tego pola i pozwalają określić (w przybliżeniu) położenie północnego bieguna geograficznego. Południki magnetyczne nie pokrywają się z południkami geograficznymi i tworzą z nimi kąt zwany **deklinacją magnetyczną**. Jego wartość jest różna dla różnych miejsc na powierzchni Ziemi. Linie pola magnetycznego nie są styczne do powierzchni Ziemi, lecz nachylone pod kątem zwanym **inklinacją magnetyczną**. Na obu biegunach magnetycznych linie pola są nawet skierowane prostopadle do jej powierzchni. Igła magnetyczna do precyzyjnych badań ziemskiego pola magnetycznego musi więc mieć możliwość obrotu wokół dwu osi: pionowej i poziomej. Aktualnie, zamiast igły magnetycznej do pomiaru pola magnetycznego stosuje się inne, bardziej nowoczesne czujniki, np. tzw. hallotrony, lub czujniki magneto-oporowe.

Koniec igły kompasu oznaczony literą N pokazuje nam kierunek zbliżony do tego, w którym znajduje się północ geograficzna. Ze względu na to, że przyciągać się mogą bieguny różnoimienne, koniec ten pokazuje naprawdę południowy biegun magnetyczny. Analogiczne rozumowanie dotyczy drugiego bieguna. Położenia biegunów magnetycznych nie pokrywają się z położeniami biegunów geograficznych. Magnetyczny biegun S jest położony aktualnie na północ od zatoki Hudsona w Kanadzie, w odległości nieco ponad 2000 km od geograficznego bieguna północnego, natomiast biegun magnetyczny N znajduje się w okolicach Ziemi Adeli na Antarktydzie, w odległości 1900 km od drugiego bieguna geograficznego.

Linia łącząca oba bieguny magnetyczne nie przechodzi przez środek Ziemi. Położenia biegunów ulegały zmianom w poprzednich epokach geologicznych.

Oprócz pola, które jak się przyjmuje, jest generowane we wnętrzu Ziemi, istnieje składowa powodowana przez tzw. "wiatr słoneczny". Jest to strumień szybkich, naładowanych elektrycznie cząstek (głównie protonów), wyrzucanych przez wybuchy (protuberancje) słoneczne i odchylanych przez pole magnetyczne Ziemi. Ponieważ poruszające się ładunki wytwarzają własne pole magnetyczne, dodaje się ono (wektorowo) do pola magnetycznego wytwarzanego przez Ziemię, w wyniku czego w otoczeniu Ziemi powstaje tzw. magnetosfera (Rys. 3), która rozciąga się do odległości ok. 64 000 km od strony Słońca i 6.5 mln. km po stronie przeciwnej. Magnetosfera, dzięki temu, że odchyła torry wysokoenergetycznych cząstek naładowanych wysłanych przez naszą gwiazdę i przez to nie dopuszcza ich do powierzchni Ziemi, stwarza warunki chroniące organizmy żywe przed zniszczeniem. Jak wiadomo, podobną rolę zabezpieczającą nas przed promieniowaniem ultrafioletowym Słońca, odgrywa atmosfera, a zwłaszcza tlen i jego trójatomowe cząsteczki - ozon.



Rys. 3. Linie pola magnetycznego w otoczeniu Ziemi

Pole magnetyczne Ziemi odgrywa także ważną rolę w powstawaniu tzw. zórz polarnych, czyli świecenia obserwowanego od czasu do czasu w obszarach podbiegunowych. Pole magnetyczne ma tę właściwość, że jeśli ładunki elektryczne poruszają się wzdłuż linii \mathbf{B} , to ze strony pola magnetycznego nie działa na nie żadna siła. Jeśli więc, w wyniku rozproszeń strumienia naładowanych

cząstek docierających ze Słońca, część z nich uzyska kierunek wektora prędkości \mathbf{v} zgodny z liniami \mathbf{B} , to cząstki takie będą poruszać się dalej po spiralnych torach wzdłuż linii pola magnetycznego (tzw. ogniskowanie magnetyczne) i dotrą do okolic obu biegunów magnetycznych Ziemi. Na wysokości ok. 100 km nad powierzchnią Ziemi będą one wzbudzać i jonizować atomy gazów. Procesowi rekombinacji będzie towarzyszyć emisja świecenia charakterystycznego dla zorzy polarnej. Zjawisko zorzy występuje szczególnie silnie po zwiększeniu intensywności wybuchów słonecznych. Bardzo istotnym potwierdzeniem opisanego mechanizmu są wyniki najnowszych badań, wykazujące, że zorze polarne pojawiają się i zmieniają swoją intensywność synchronicznie w obu strefach podbiegunowych.

Przyczyna istnienia pola magnetycznego Ziemi nie jest jasna. Istnieją tylko hipotezy robocze o dużym stopniu prawdopodobieństwa. Początkowo badacze zwrócili uwagę na fakt, że bieguny geograficzny i magnetyczny są położone stosunkowo blisko siebie, co wskazywałoby na związek kształtu tego pola z ruchem wirowym Ziemi dookoła własnej osi. Wiadomo też z danych uzyskanych przez sondy satelitarne, że pole magnetyczne Jowisza, który wiruje szybciej niż Ziemia (doba gwiazdowa trwa tam poniżej 10 godzin), jest w przybliżeniu o jeden rząd silniejsze od pola ziemskiego, natomiast pole magnetyczne Wenus, na której doba gwiazdowa jest bardzo długa (ok. 246 dni) jest bardzo słabe. Mimo tego, iż kształt pola magnetycznego zbliżony do tego, jaki wytwarza Ziemia, można uzyskać na modelu niemagnetycznej kuli z umieszczonym w jej wnętrzu magnezem sztabkowym, to koncepcja istnienia we wnętrzu Ziemi trwale namagnesowanych substancji jest nie do przyjęcia, ze względu na panujące tam bardzo wysokie temperatury, znacznie przekraczające temperaturę Curie T_C ferromagnetyków¹. Nie ma więc we wnętrzu Ziemi substancji w fazie ferromagnetycznej choć jest tam żelazo i nikiel, ale są one w fazie paramagnetycznej. Małe kryształy ferromagnetyków występują jedynie w skałach na powierzchni Ziemi i w jej skorupie, przy temperaturach niższych od T_C . Dlatego też jedynym powodem generowania pola magnetycznego we wnętrzu Ziemi przy tak wysokich temperaturach, może być przepływ prądu elektrycznego. Dokładniejsza analiza pokazała, że pole to mogą wytwarzać jedynie prądy, płynące na granicy ciekłego jądra i zestalonego płaszczka, czyli na głębokości ok. 3000 km, w warstwie o grubości ok. 100 km. Płynne jądro dobrze przewodzi prąd elektryczny, ze względu na skład chemiczny (żelazo, nikiel), ale także warstwa przejściowa złożona z częściowo stopionych skał o wysokiej temperaturze ma dużą przewodność (jonową). Sama obecność przewodnika nie wystarcza jednak, aby płynął prąd. Aby mógł powstać prąd indukowany, np. tak, jak w doświadczeniu Faradaya, to przewodnik musi poruszać się w polu magnetycznym. Powodem takiego ruchu jest konwekcja cieczy w warstwie przejściowej, pomiędzy

¹ Temperatura Curie T_C dla ferromagnetyków to temperatura, po przekroczeniu której, ferromagnetyk przechodzi w stan paramagnetyczny i traci m. in. możliwość trwałego namagnesowania. Dla Fe T_C wynosi 769 °C, a dla Ni 358 °C.

jądrem a płaszczem, spowodowana występującymi tam różnicami temperatury oraz składu chemicznego. Na granicy ciekłego jądra i płaszczka stale zachodzą procesy rozpuszczania się składników płaszczka oraz jednocześnie krzepnięcia składników ciekłego jądra. Ruchy konwekcyjne są zaburzane przez siły spowodowane obrotem Ziemi wokół własnej osi, a mianowicie przez siłę odśrodkową i siłę Coriolisa.. Znacznie trudniej jest wytłumaczyć skąd się wzięło pole magnetyczne, konieczne do powstania prądu indukowanego. Postuluje się, że początkowo było to pole magnetyczne pochodzenia kosmicznego, głównie generowane przez strumień naładowanych cząstek dochodzących do Ziemi ze Słońca. To pole według niektórych badaczy było wystarczające do wytworzenia pierwotnego prądu we wnętrzu Ziemi, a w konsekwencji do powstania własnego pola magnetycznego Ziemi. Elsasser zaproponował taki model ruchu substancji przewodzącej prąd, że indukowane pole magnetyczne ma taki sam kierunek, jak zewnętrzne pole indukujące. Według tego modelu, nawet, jeśli zaniknie pole zewnętrzne, ale ruch przewodzącej cieczy nie ustanie, to pole magnetyczne będzie podtrzymywane. Na podobnej zasadzie działa tzw. prądnica samowzbudna, czyli generator prądu stałego nie zawierający magnesów stałych, a tylko elektromagnesy. Rozwinięciem modelu Elsassera zajmuje się magnetohydrodynamika, dziedzina powstała z połączenia hydrodynamiki z elektrodynamiką. Brak precyzyjnej teorii tłumaczącej powstanie pola magnetycznego Ziemi wynika głównie z nieznaności procesów zachodzących w jej wnętrzu, w warunkach jednocześnie wysokich ciśnień i wysokich temperatur, oraz z braku możliwości (jak dotychczas) wykonania doświadczeń laboratoryjnych w takich warunkach. Przedstawiona wyżej uproszczona hipoteza wydaje się być dość prawdopodobna, gdyż pozwala wytłumaczyć odkryte przez badaczy zmiany kierunku pola magnetycznego Ziemi w dawnych epokach geologicznych, w tym także jego rewersję (zmianę kierunku na przeciwny). Więcej informacji na temat topografii pola magnetycznego Ziemi można znaleźć w literaturze [1].

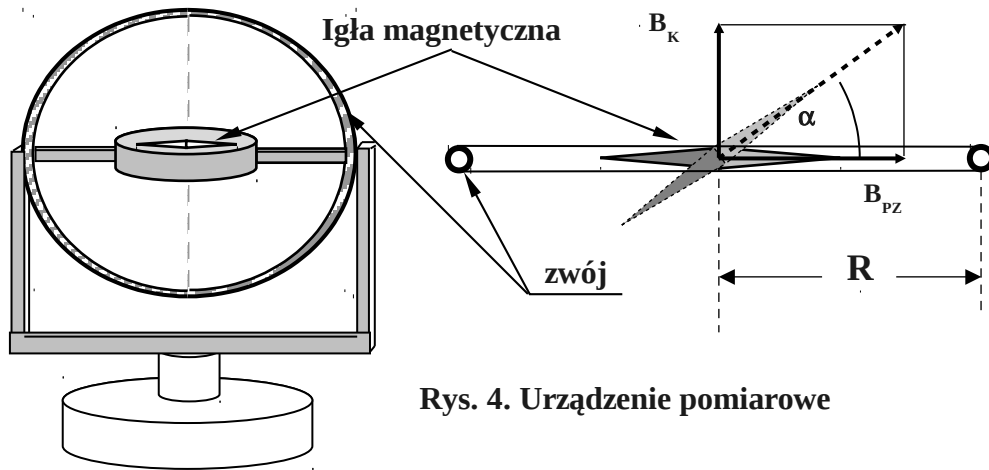
OPIS EKSPERYMENTU

Do zmierzenia składowej poziomej indukcji magnetycznej Ziemi B_{PZ} zastosowano dwie metody: 1. metodę tzw. busoli stycznych i 2. metodę wahadła torsyjnego. W obu metodach, wartość B_{PZ} wyznaczamy, porównując ją ze znanymi wartościami pola magnetycznego wytwarzanego przez przewodnik kołowy (B_K -w metodzie busoli stycznych), lub solenoid (B_S w metodzie wahadła torsyjnego).

II. 1 Metoda busoli stycznych.

Szkic urządzenia pokazano na Rys. 4. W środku przewodnika kołowego (6 zwojów drutu miedzianego), ustawionego w płaszczyźnie pionowej, umieszczono igłę magnetyczną, która może się obracać w płaszczyźnie poziomej.

Gdy w pobliżu przyrządu nie ma żadnych magnesów, przedmiotów stalowych, lub przewodników z prądem, to igła magnetyczna ustawia się w kierunku południka magnetycznego, t.j. w kierunku zgodnym z kierunkiem składowej poziomej indukcji magnetycznej Ziemi B_{PZ} . Jeśli płaszczyznę zwoju (przewodnika kołowego) ustawimy tak, by kierunek pokazywany przez igłę pokrywał się z płaszczyzną zwoju (tak jak to pokazuje na Rys. 4 igła narysowana linią ciągłą), to po włączeniu prądu, pole o indukcji magnetycznej B_K wytwarzane przez prąd spowoduje wychylenie igły o kąt α , do położenia wskazywanego przez sumę wektorów $B_{PZ} + B_K$ (igła narysowana linią przerywaną).



Rys. 4. Urządzenie pomiarowe

Z Rys. 4. widzimy, że:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_K}{B_{PZ}} \quad \text{a stąd} \quad B_{PZ} = \frac{B_K}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (9)$$

a po uwzględnieniu wzoru (6)

$$B_{PZ} = \frac{\mu \mu_0 J}{2R \operatorname{tg} \alpha} \quad (10)$$

Ponieważ w tym eksperymencie przewódnik kołowy ma 6 zwojów nawiniętych blisko siebie, to końcowy wzór na składową poziomą indukcji magnetycznej Ziemi w miejscu pomiaru będzie miał postać:

$$B_{PZ} = \frac{3\mu \mu_0 J}{R \operatorname{tg} \alpha} \quad (11)$$

gdzie $\mu_0 = 1,257 \times 10^{-6} \text{ T m A}^{-1}$, $\mu = 1$ (pomiar w powietrzu), $R = (0,125 \pm 0,001)\text{m}$, pozostałe wielkości objaśniono wyżej. Wzór (9) dla przewodnika zawierającego 6 zwojów możemy zapisać także w postaci:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3\mu \mu_0 J}{R B_{PZ}} \quad (12)$$

Jeśli oznaczymy $\operatorname{tg} \alpha = y$, $J = x$, to otrzymujemy równanie o postaci $y = Kx$, gdzie $K = \frac{3\mu \mu_0}{R B_{PZ}}$ jest współczynnikiem kierunkowym prostej. Tak więc z wykresu $\operatorname{tg} \alpha = f(J)$ możemy wyznaczyć wartość K , a z niej także wartość B_{PZ} .

II. 2. Metoda wahadła torsyjnego

Gdy dipolowy moment magnetyczny \mathbf{p}_m magnesu tworzy kąt α z kierunkiem zewnętrznego pola magnetycznego o indukcji B , wówczas działa na niego moment siły \mathbf{M} , którego wartość jest równa:

$$M = -p_m \cdot B \cdot \sin \alpha, \quad \text{a dla małych kątów} \quad M = -p_m \cdot B \cdot \alpha \quad (13)$$

Znak minus w tych wzorach wskazuje, że zwrot wektora \mathbf{M} jest przeciwny do zwrotu wektora α , czyli że moment siły dąży do zmniejszenia kąta α . Zgodnie z drugą zasadą dynamiki dla ruchu obrotowego bryły sztywnej wokół ustalonej osi, która ma postać:

$$M = I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \quad (14)$$

gdzie I jest momentem bezwładności bryły. Porównując prawe strony równań (13) i (14) otrzymujemy równanie ruchu obrotowego magnesu w jednorodnym polu magnetycznym. Jest to ruch harmoniczny skrętny z okresem T :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{p_m B}} \quad (15)$$

Jeśli magnes wykonuje drgania wokół osi pionowej tylko pod wpływem ziemskiego pola magnetycznego, to B we wzorze (15) jest równe B_{PZ} .

Natomiast w przypadku, gdy ten sam magnes umieścimy w wytwarzanym przez solenoid polu magnetycznym o indukcji B_S i kierunku zgodnym z polem ziemskim, to możemy zapisać skalarnie, że $B = B_{PZ} + B_S$. Przyjmujemy przy tym, że $B_S > 0$ oraz $J > 0$ gdy zwroty \mathbf{B}_S i \mathbf{B}_{PZ} są zgodne, natomiast $B_S < 0$ oraz $J < 0$ gdy \mathbf{B}_S i \mathbf{B}_{PZ} mają przeciwne zwroty. Okres drgań pod wpływem obu pól magnetycznych będzie wynosił:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\rho_m (B_{PZ} + B_S)}} \quad (16)$$

Ze względów praktycznych rozważymy tylko przypadek, gdy zwroty wektorów indukcji magnetycznej pola magnetycznego Ziemi i solenoidu są zgodne. Po przekształceniu wzoru (16) otrzymujemy:

$$B_{PZ} + B_S = \frac{4\pi^2 I}{\rho_m T^2} \quad (17)$$

Podstawiając wyrażenie na B_S podane we wzorze (7), otrzymujemy:

$$\frac{4\pi^2 I}{\rho_m T^2} = B_{PZ} + \mu\mu_0 \frac{NJ}{L} \quad (18)$$

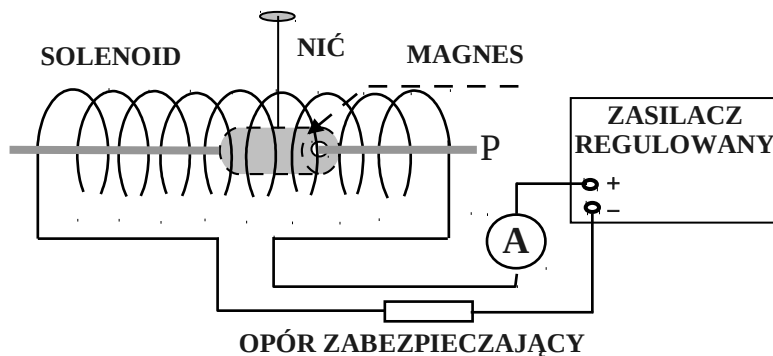
W tym wzorze poza T oraz J wszystkie pozostałe wielkości mają wartość stałą. Jeżeli będziemy zmieniać wartość prądu J płynącego przez solenoid, to zmieniać się będzie okres T drgań magnesu. Jeśli wprowadzimy nowe zmienne $y = \frac{1}{T^2}$, $x = J$, oraz oznaczmy $\frac{4\pi^2 I}{\rho_m} = a$, $\mu\mu_0 \frac{N}{L} = b$, to zamiast wzoru (18) otrzymamy równanie prostej:

$$a y = B_z + b x \quad (19)$$

Prosta $\frac{1}{T^2} = f(J)$ przecina oś J w punkcie $(J_0, 1/T^2 = 0)$. Podstawiając wartości współrzędnych tego punktu do równania (18) otrzymujemy:

$$B_{PZ} = \mu\mu_0 \frac{N J_0}{L} \quad (20)$$

Z wykresu zależności $1/T^2$ od J możemy więc wyznaczyć wartość składowej poziomej indukcji magnetycznej Ziemi, przy czym nie musimy znać wartości ani momentu bezwładności magnesu I , ani jego momentu magnetycznego ρ_m .



Rys. 6. Uproszczony szkic aparatury pomiarowej